

ECUACION EN DIFERENCIA Y LA TRANSFORMADA Z APLICADAS A LA SOLUCION DE UN PROBLEMA DE AMORTIZACION DE PRESTAMO BANCARIO

Jairo José Pertuz Campo

RESUMEN

Con este trabajo se pretende desarrollar una aplicación de las **ecuaciones en diferencias y la transformada Z**, presentadas como herramientas de solución para un problema típico de **amortización de préstamo**. La primera parte se resuelve empleando el **método recursivo**, mientras que la segunda se limita al empleo de **propiedades de la transformada Z**, obteniendo en ambos casos la solución deseada. Con el primer procedimiento tenemos la oportunidad de examinar la solución en el dominio real, y resulta ser muy sencillo desde el punto de vista conceptual, aunque es común que el procedimiento nos conduzca a determinar la suma de una serie, lo que puede ser algo muy tedioso. El segundo método es el paralelo al de la solución de ecuaciones diferenciales lineales con la *transformada de Laplace*, e implica el empleo de algunos teoremas. Reconociendo el carácter financiero de la aplicación, acudimos al concepto de **Serie uniforme**, a partir de la cual se deriva la forma de pago llamada **Anualidad**, que interpreta fielmente la forma de pago considerada. Mediante el empleo del Matlab, ejecutamos cálculos numéricos para un ejercicio demostrativo. Luego, tratamos el modelo matemático de las expresiones obtenidas y las simulaciones correspondientes, haciendo la correspondiente verificación de resultados respecto a la solución financiera tradicional. Seguidamente, se elabora en Simulink el correspondiente **Modelo de datos discretos para un**

problema de pago de intereses partiendo de la ecuación en diferencias. Finalmente, diseñamos, entrenamos y simulamos una red neuronal, de tal manera que conjuntamente con el procedimiento anterior, podamos visualizar todo el proceso de cancelación de la deuda.

DESCRIPCIÓN GENERAL

El binomio ecuación en diferencia y la transformada Z, caminan de la mano en el espacio de los sistemas dinámicos, y más específicamente, en los sistemas de control digital reales. De igual manera, existen muchos sistemas sociales y económicos que pueden describirse con modelos de datos discretos. Para sistemas de datos discretos, la dinámica del sistema está descrita por variables de ecuaciones en diferencias. Una ecuación en diferencia es una igualdad algebraica ó trascendental que involucra mas de un valor de la(s) variable(s) dependiente(s) correspondiente, por lo menos, a mas de un valor de la(s) variable(s) independiente(s). Las variables dependientes no involucran diferenciales ni derivadas. Las variables de un modelo de datos discretos son funciones de la variable de tiempo discreto KT ($K= 1, 2, 3, \dots$), donde T es una constante positiva real ó simplemente mediante funciones de la variable discreta K .

Las ecuaciones en diferencia son útiles para relacionar la evolución de las variables (ó de los parámetros) de un instante discreto de tiempo (u otra variable independiente) a otro. Una ecuación de este tipo $P(K+1) = (1+R) p(K) - U$ es conocida como **ecuación en diferencia de primer orden**. La transformada Z es una herramienta clásica empleada básicamente, para describir, analizar y resolver sistemas discretos, definidos por una ecuación en diferencias de tipo finito. La

transformada Z está relacionada inherentemente a un proceso de muestreo. De hecho, únicamente puede aplicarse sobre señales muestreadas, y en el proceso de realización de la antitransformada Z se obtiene una señal muestreada.

Modelo de datos discretos para un problema de pago de intereses

Consideremos el monto inicial $p(0)$ de un préstamo. La tasa de interés sobre el saldo insoluto es de $R\%$ por período. Consideremos también que la deuda más los intereses, U , deben liquidarse en N pagos, todos ellos iguales. Sea $p(k)$ la cantidad adeudada al final del k -ésimo período. Luego, para este problema podemos escribir la siguiente ecuación en diferencias:

$$P(k+1) = (1+R)p(k) - U \quad (1)$$

donde $P(k+1)$ denota la cantidad adeudada al término del $(k+1)$ -ésimo período. Las condiciones de frontera son $p(0)$, la cual está dada, y $P(N) = 0$. La ecuación en diferencia (1) puede resolverse para U mediante el método recursivo, ó el método de la transformada Z.

En la mayoría de las operaciones de crédito, se acostumbra saldar la deuda mediante amortizaciones constantes, de manera que incluyan capital e intereses, y realizadas a intervalos de tiempo iguales.

JAIRO PERTUZ CAMPO

Físico. Estudios de maestría. Investigador en Redes Neuronales. Instructor,
Asesor y Desarrollador de Aplicaciones con Matlab y sus herramientas
especializadas. Profesor catedrático en la Universidad Cooperativa de Colombia.
Asesor de investigaciones en la Universidad de Medellín.