

# **“Control No Lineal Para un Manipulador Robotico De Dos Grados De Libertad ”**

por:

Carolina Bachenheimer.

Adriana Martínez.

# Objetivo

- Describir una forma de control de la trayectoria de un manipulador robótico por modos deslizantes reemplazando la función signo por la función saturación para disminuir el “chattering” y conservar la robustez del sistema.

# Introducción: Modos Deslizantes

- Se debe garantizar 2 cosas:
- La superficie  $S$  atraiga las trayectorias.
- Deslizamiento sobre la superficie hacia el origen.

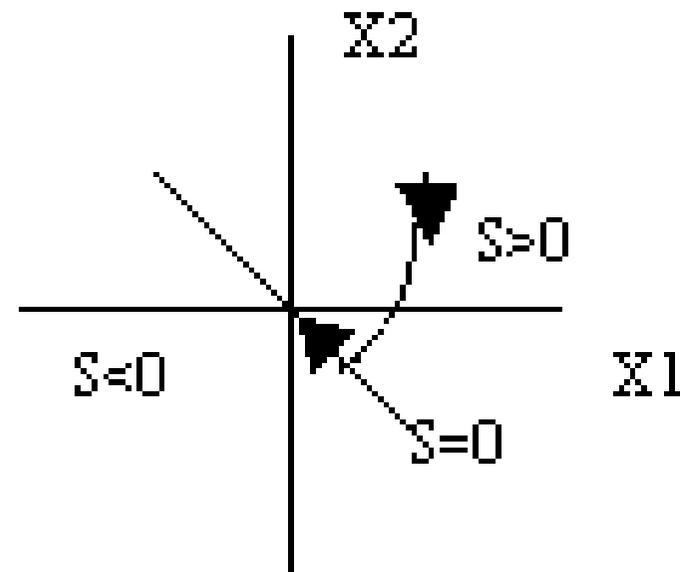


Figura 1. Superficie de deslizamiento  $S=0$ .

# Introducción: Modos Deslizantes

Para que  $S=0$  atraiga las trayectorias se propone una función de Liapunov tal que:

$$V = \frac{1}{2} s^2$$

$$\dot{V} = s \cdot \dot{s}$$

$$\dot{V} < 0$$

$$s \cdot \dot{s} < 0$$

# Introducción: Modos Deslizantes

$$s > 0 \quad \dot{s} < 0$$

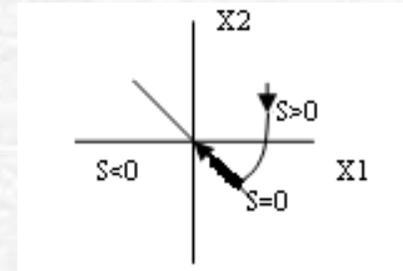
$$s < 0 \quad \dot{s} > 0$$

*Entonces:*

$$s\dot{s} = -\eta|s|$$

$$\dot{s} = -\eta \text{sig}(s)$$

- Debido a que los puntos son atraídos por  $S$  pero estos no llegan con precisión a la superficie, se crea el fenómeno de "chattering"



**Figura 2.** Fenómeno de "Chattering" ( $S=0$ ).

- Existen varias técnicas para eliminar el "chattering", la más conocida es reemplazar la función signo de la ley de control, por la función saturación;

# Modelo Dinámico de la Planta

- El modelo general para un robot manipulador de n-grados de libertad se describe con la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \ddot{q} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \dot{q} + \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} = u$$

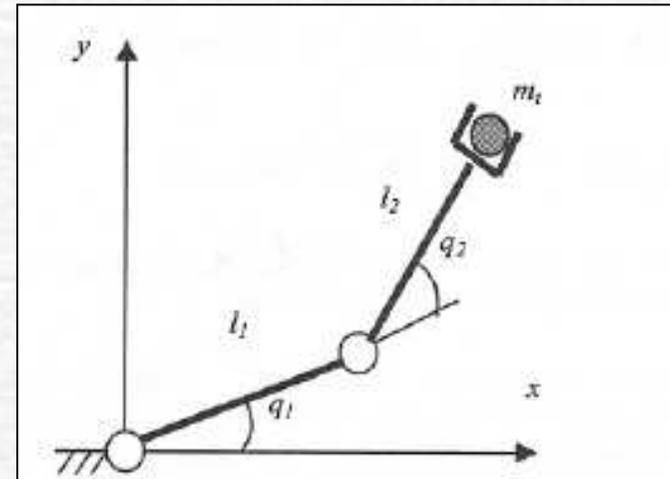
Donde:

M: Matriz de Inercia: Matriz que presenta el comportamiento dinámico del robot.

C: Matriz de Coriolis y centrífuga: Es la matriz que contiene los efectos no-lineales (términos dependientes de velocidad) del comportamiento dinámico del robot manipulador.

G: Vector de gravedad: Esta matriz contiene los efectos dinámicos de la gravedad dependiendo de las posiciones articulares.

U: Vector de estados: Posición Angular.



# Representación en Variables de Estado.

- Las variables de estado para describir el modelo dinámico son las posiciones articulares ( $q_1, q_2$ ) y las velocidades ( $\dot{q}_1, \dot{q}_2$ ).

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix}}_{M^{-1}} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix}$$

# Representación en Variables de Estado.

Desarrollando la Ecuación anterior:

Variable 1 :  $q_1$ , Variable 2 :  $q_2$ , Variable 3 :  $\dot{q}_1$ , Variable 4 :  $\dot{q}_2$

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ N_{11}u_1 - N_{11}C_{11}\dot{q}_1 - N_{11}C_{12}\dot{q}_2 - N_{11}g_1 + N_{12}u_2 - N_{12}C_{21}\dot{q}_1 - N_{12}C_{22}\dot{q}_2 - N_{12}g_2 \\ N_{21}u_1 - N_{21}C_{11}\dot{q}_1 - N_{21}C_{12}\dot{q}_2 - N_{21}g_1 + N_{22}u_2 - N_{22}C_{21}\dot{q}_1 - N_{22}C_{22}\dot{q}_2 - N_{22}g_2 \end{bmatrix}$$

Donde:

$$N = M^{-1}$$

$$M_{11} = m_1 l_{c1}^2 + m_2 [l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos(q_2)] + I_1 + I_2$$

$$M_{12} = M_{21} = m_2 [l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos(q_2)] + I_2$$

$$M_{22} = m_2 l_{c2}^2 + I_2$$

$$g_1 = [m_1 l_{c1} + m_2 l_1] g \sin(q_1) + m_2 l_{c2} g \sin(q_1 + q_2)$$

$$g_2 = m_2 l_{c2} g \sin(q_1 + q_2)$$

$$C_{11} = -m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_2$$

$$C_{12} = -m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) [\dot{q}_1 + \dot{q}_2]$$

$$C_{21} = m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_1$$

$$C_{22} = 0$$

# Ley de Control

- El paper propone un diseño sistemático y factible para controlar de forma robusta y libre de “chattering” un manipulador robótico.

- (1)  $\ddot{q} = M^{-1}[u - C(q, \dot{q})\dot{q} - g(\dot{q})] + d(t)$

- (2)  $d(t) \in R^n$  : Vector perturbaciones externas.

- $q_d \in R^n$  : Trayectoria deseada.

- (3)  $e = q_d - q$  : Error de la posición.

- (4)  $\dot{e} = \dot{q}_d - \dot{q}$  : Error de velocidad.

- (5)  $y = q$  Salida del sistema.

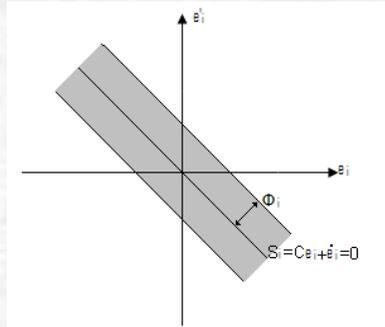
# Ley de Control

- Se define la superficie de deslizamiento  $S$  como:
  - (6)  $S = \dot{e} + C'e$
  - (7)  $\dot{S} = -\alpha \operatorname{sgn}(S)$  se denomina la condición de deslizamiento.
  - Derivando (6) se obtiene: (8)  $\dot{S} = \ddot{e} + C'\dot{e}$
  - Uniendo (8) con la derivada de (4): (11)  $\dot{S} = \ddot{q}_d - \ddot{q} + C'\dot{e}$
  - Uniendo (9) con (1):
- (10)  $\dot{S} = C\dot{e} + \ddot{q}_d - M^{-1}(q)u + M^{-1}(q)C(q, \dot{q})\dot{q} + M^{-1}(q)g(q) - d(t)$
- Igualando (10) con (7) y asumiendo que no hay perturbaciones externas se puede despejar  $u$ :

$$(11) \quad u = M(q) \left[ C'\dot{e} + \ddot{q}_d + M^{-1}(q)C(q, \dot{q})\dot{q} + M^{-1}(q)g(q) + K \operatorname{sgn}(S) \right]$$

donde  $K = [K_1, K_2, \dots, K_n] > 0$ .  $K$  es un valor alto que depende de las incertidumbres del sistema y de  $\alpha$ .

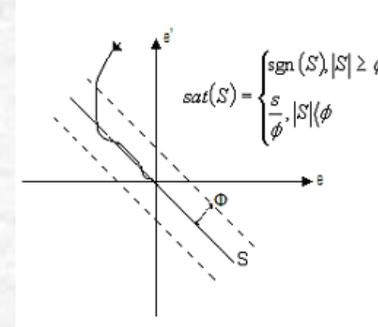
# Eliminación del "Chattering"



**Figura 3.** Superficie de deslizamiento y Capa de Frontera.

$\phi_i$  es la capa de frontera como se muestra en la Figura 3. Una de las técnicas comunes para eliminar el chattering es cambiar la función  $\text{sgn}(S)$  por la función saturación ( $\text{sat}(S)$ ):

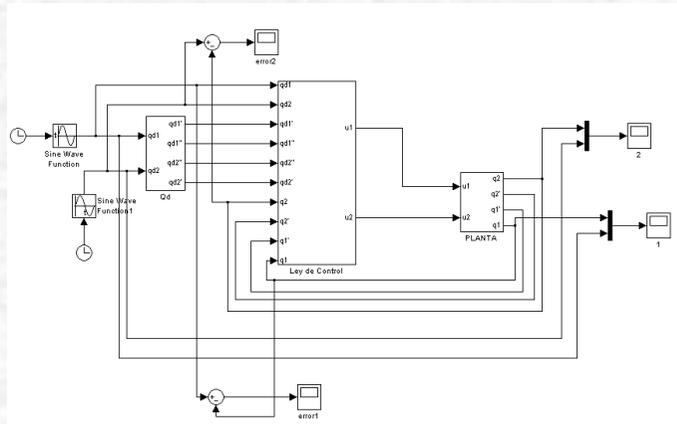
$$\text{sat}(S) = \begin{cases} \text{sgn}(S), & |S| \geq \phi \\ \frac{S}{\phi}, & |S| < \phi \end{cases}$$



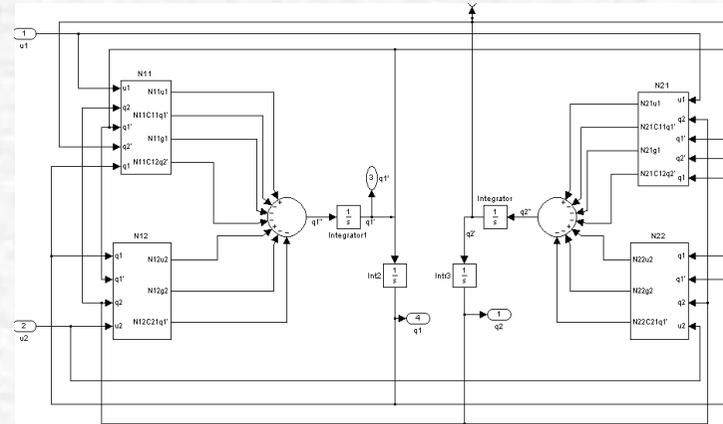
**Figura 4.** Función  $\text{sat}(S)$  para Eliminación del Chattering.

La función  $\text{sat}(S)$  hace que fuera de la capa frontera, gracias a la función  $\text{sgn}(S)$ , los puntos sean atraídos a la superficie y una vez dentro de la capa de frontera estos se desplazan hacia el origen de una forma más suave como se muestra en la figura 4.

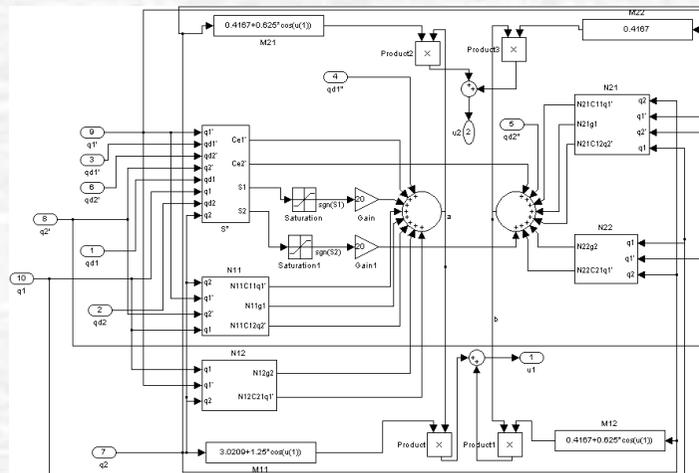
# Simulaciones-Diagrama de Bloques



**Figura 5a.** Diseño del Manipulador Robótico con Control.

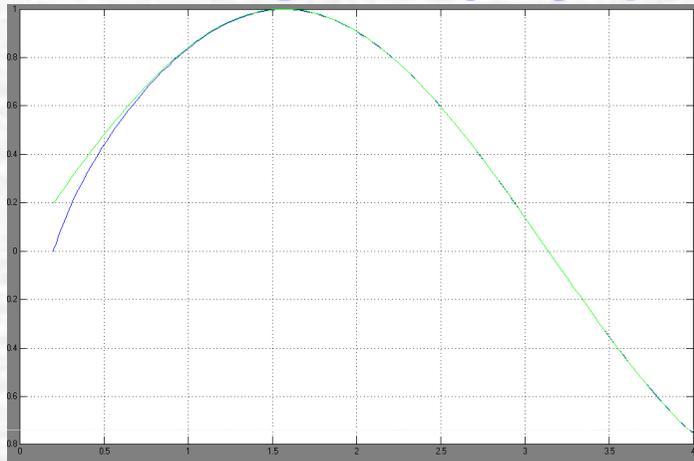


**Figura 5b.** Diseño del Manipulador.

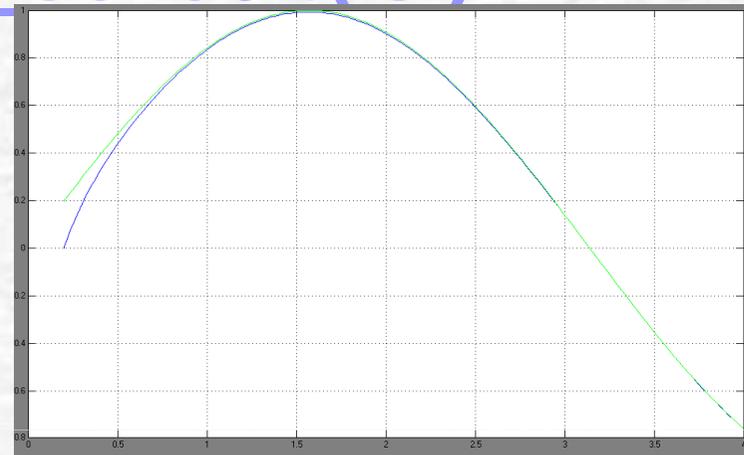


**Figura 5c.** Diseño del Control para el Manipulador Robótico.

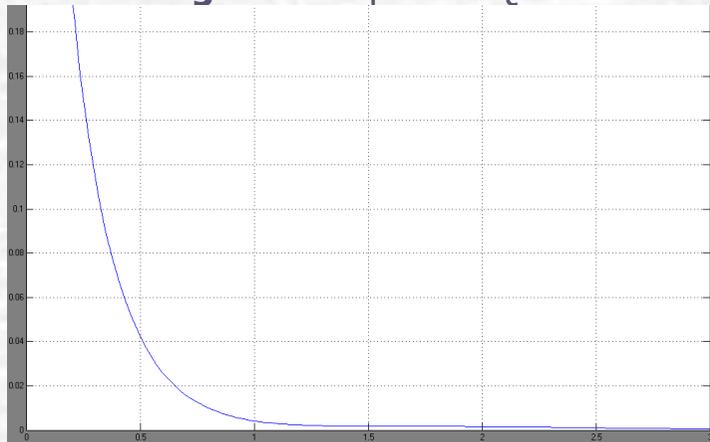
# Simulaciones-sat(S)



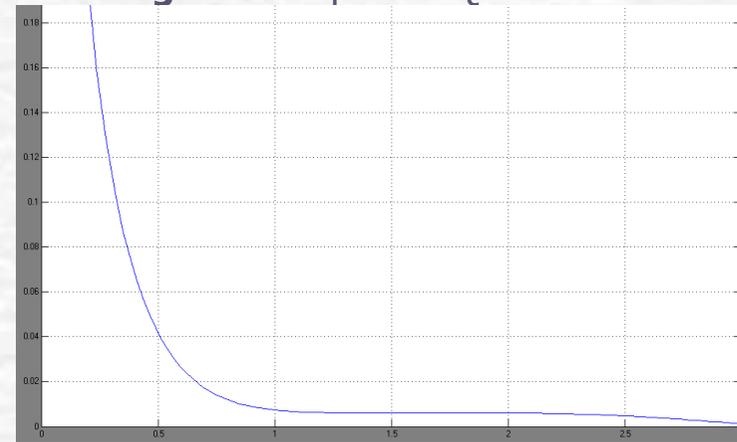
**Figura 6a.** qd1 Vs. Q1.



**Figura 6b.** qd2 Vs. Q2.



**Figura 7a.** Error1.



**Figura 7b.** Error 2.

# Conclusión

- Se presento un control por modos deslizantes para un manipulador robótico. El sistema es robusto respecto a las incertidumbres en los parámetros del modelo y el "chattering" es disminuido usando la función saturación; los errores son lo suficientemente pequeños para una aplicación real. El control presentado solo funciona para el seguimiento de trayectorias y no para puntos de referencia.